Problemas de Estadística.

Tema 3.

1.– Describir el espacio muestral y enumerar los resultados que tienen a los siguientes sucesos:

a) Aparición en una tirada de dados de un número impar.

b) Aparición de al menos una cara en dos lanzamientos de una moneda.

c) Aparición de un as, el diez de espadas ó el dos de bastos, en una sola extracción de una baraja de 52 cartas.

d) Obtención de 7 ptos. en una sola tirada de un par de dados.

a) Espacio muestral: {1, 2, 3, 4, 5, 6}
Resultados posibles: {1, 3, 5}

b) Espacio muestral: {(C, X), (C, C), (X, C), (X, X)}
Resultado posible: {(C, X), (X, C), (C, C)}

c) Espacio muestral: las 52 cartas.
Resultado posible: {(as oros), (as bastos), (as copas), (as espadas), (diez espadas), (dos bastos)}

d) Espacio muestral: {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4) (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)}
Resultados posibles: {(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)}

Suceso A: que salgan los números en orden creciente

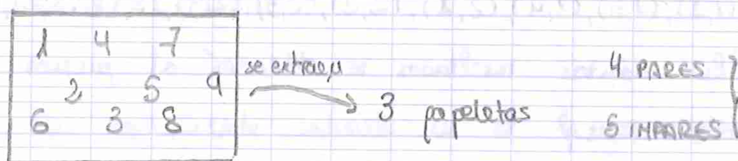
es un suceso compuesto $(A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6)$.

Se trata de sucesos dependientes pues la probabilidad de que el 2º cubo salga el "2" dependerá de que el primer cubo que haya salido haya sido el "2" o no.

$$P(A) = P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap A_4 \cap A_5 \cap A_6) = P(A_1) \cdot P(A_2/A_1) \cdot P(A_3/A_2 \cdot A_1) \cdots$$

$$P(A_6/A_1 \ldots A_5) = 1/6 \cdot 1/5 \cdot 1/4 \cdot 1/3 \cdot 1/2 \cdot 1/2 = 1/720$$

7.- Una caja contiene 9 papeletas numeradas del 1 al 9 inclusive. Si se extraen al azar sucesivamente tres papeletas, hallar la probabilidad de que sean impar, par, impar o par, impar, par.



Hallamos la probabilidad de que el resultado sea I, P, I o P, I, P

$$P[(I,P,I) \text{ o } (P,I,P)] = P(IPI) + P(PIP)$$

$$P[(IPI) \text{ o } (PIP)] = \left[\left(5/9 \cdot 4/8 \cdot 4/7\right) + \left(4/9 \cdot 5/8 \cdot 3/7\right)\right] = \frac{80}{504} + \frac{60}{504} = \frac{35}{126}$$

ó

$$P(A) + P(B) = \frac{V_5^2 \cdot 4}{V_9^3} + \frac{V_4^2 \cdot 5}{V_9^3}$$

8.- Tres caballos, A, B, y C intervienen en una carrera; A tiene doble posibilidad de ganar que B y B tiene a su vez doble que C. ¿Cuáles son las respectivas probabilidades de ganar?

Hallamos las probabilidades respectivas de ganar para cada caballo:

Probabilidades: C: x ; B = $2x$; A: $4x$.

La probabilidad total ha de ser de "1".

$P(A)+P(B)+P(C)=1=4x+2x+x$; $7x=1$; $x=1/7$

$$\begin{cases} P(A)=2P(B) \\ P(B)=2P(C) \\ P(A)+P(B)+P(C)=1 \end{cases}$$

La	probabilidad	de	ganar	para	el	caballo	A	es	de	4/7.
"	"	"	"	"	"	"	B	"	"	2/7.
"	"	"	"	"	"	"	C	"	"	1/7.

9.- ¿Cuántos números de 5 cifras se pueden formar con los números 2,2,3,4,4?

Hallamos los números de 5 cifras que se pueden formar con los números 2,2,3,4,4:

$$PR_5^{2,1,2}=\frac{5!}{2!\cdot 1!\cdot 2!}=\frac{5.4.3.2.1}{2.1,1.2.1}=30 \text{ números de 5 cifras.}$$

10.- Un experimento consiste en obtener tres tornillos de una caja, y clasificarlos en defectuosos y buenos:

a) Describir los sucesos posibles.

b) Describir el suceso: "el primer tornillo fue defectuoso".

c) Describir el suceso: "ningún tornillo fue defectuoso.

a) Sucesos posibles: {(D,D,D), (D,D,B), (D,B,D), (B,D,D), (B,B,B), (B,B,D), (B,D,B), (D,B,B)}

b) Primer tornillo defectuoso: {(D,D,D), (D,D,B), (D,B,D), (D,B,B)}

c) Ningún tornillo defectuoso: {B,B,B}

11.- Se selecciona una carta al azar de una baraja de 52 cartas. Sean los sucesos: A= {espadas} y B={figura}
Calcular: P(A); P(B); P(A∩B).

Calculo la probabilidad de obtener una espada:

$P(A) = 10/52$

Calculo la probabilidad de obtener una figura: (sota, caballo, rey)

$P(B) = 12/52$

Calcular la probabilidad de obtener espadas y una figura.

$P(A \cap B) = 3/52$

12.- En un taller trabajan 6 hombres y 4 mujeres. Según el número de ficha se han escogido al azar 7 personas. Hallar la probabilidad de que entre las personas seleccionadas resulten tres mujeres.

Calculo la probabilidad de que entre los elegidos haya 3 mujeres.

6 hombres
4 mujeres. } Total: 10, elijo 7 personas

$$P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{C_4^3 \cdot C_6^4}{C_{10}^7} = \frac{\frac{4!\cdot 6!}{3!\cdot 1!\cdot 4!\cdot 2!}}{10!/7!\cdot 3!} = \frac{7!\cdot 6!\cdot 3!}{10!\cdot 3!\cdot 2!} = \ldots = \frac{1}{2}$$

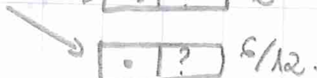
??=> 13.- De un juego completo de 28 fichas de dominó se ha extraído una al azar. Hallar la probabilidad de que una segunda ficha extraída al azar se pueda juntar a la primera.

$$P = \frac{\text{CASOS FAVORABLES}}{\text{CASOS POSIBLES}}$$

- casos posibles: $V_{28}^2 = 108$
- casos favorables: 1ª extracción 2ª extracción

$C_7^1 = 7$.   $C_6^1 = 6$.

$C_7^2 =$   6

 6/12.

Exp: Coger 1 ficha y luego otra.

$P(A) = P($2 fichas se juntan con la 1ª$)$.

$A_1 \rightarrow$ ficha doble $\rightarrow$ extracción: 1ª ficha B_1

2ª ficha B_2

$A_2 \rightarrow$ " no doble $\rightarrow$ extracción: 1ª ficha C_1

2ª ficha C_2.

$P(A) = P(A_1) + P(A_2) = P(B_1) \cdot P(B_2/B_1) + P(C_1) \cdot P(C_2/C_1)$.

14._ Un computador tiene 16 piezas producidas por la fábrica A y 4 piezas producidas por la fábrica B. Se han tomado dos piezas al azar. Hallar la probabilidad de que por lo menos una de ellas resulte producida por la fábrica A.

Hallo la probabilidad de que por lo menos una de las piezas resulte producida por la fábrica A.

16 Piezas de la A
4 " " " B } Total: 20 Piezas. —se toman→ 2 Piezas.

$P(A) = P(A_1) + P(A_2)$

A_1: 1 Pieza de la fábrica A.

A_2: 2 Piezas " " " A.

$$P(A) = \frac{C_{16}^1 \cdot C_4^1}{C_{20}^2} + \frac{C_{16}^2}{C_{20}^2}$$

$$P(A) = \frac{\frac{16!}{15!} \cdot \frac{4!}{3!}}{\frac{20!}{18!\,2!}} + \frac{\frac{16!}{14!\,2!}}{\frac{20!}{18!\,2!}} = \frac{\frac{16 \cdot 15! \cdot 4 \cdot 3!}{15! \cdot 3!}}{\frac{10\,20 \cdot 19 \cdot 18!}{18! \cdot 2 \cdot 1}} + \frac{\frac{8\,16 \cdot 15 \cdot 14!}{14! \cdot 2 \cdot 1}}{\frac{10\,20 \cdot 19 \cdot 18!}{18! \cdot 2 \cdot 1}} =$$

$$= \frac{16 \cdot 4}{190} + \frac{15 \cdot 8}{190} = \frac{8(8+15)}{190} = \frac{4 \cdot 23}{95} = \frac{92}{95} = 0'9684$$

15.- En un segmento de 20 cm. de longitud se encuentra un segmento 1º de 10 cm. de longitud. Hallar la probabilidad de que un pto. marcado al azar en el segmento mayor caiga tb. sobre el segmento menor. Se supone que la probabilidad de que el pto. caiga en el segmento es proporcional a la longitud del mismo, y no depende de su situación.

Hallo la probabilidad de que el pto. caiga en el segmento menor:

$$P(A) = \frac{\text{longitud favorable al suceso}}{\text{longitud total}}$$

$$P(A) = \frac{10}{20}; \quad P(A) = 0'5$$

16.- De 25 preguntas del programa, un estudiante sabe 20. Hallar la probabilidad de que el estudiante conteste bien a tres preguntas elegidas al azar.

Hallo la probabilidad de que el estudiante conteste bien a tres preguntas elegidas al azar.

$$P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

$$P(A) = \frac{C_{20}^{3}}{C_{25}^{3}} = \frac{\frac{20!}{3!\,17!}}{\frac{25!}{3!\,22!}} = \frac{\frac{20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17!}{17! \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}{\frac{25 \cdot 24 \cdot 23 \cdot 22!}{22! \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 3}{25 \cdot 23 \cdot 4} = \frac{57}{115}$$

$$P(A) = 57/115$$

11.- Se arrojan "n" veces dos dados. Calcular el número de resultados en los que se obtiene el "6" en los dos dados o en uno sólo, al menos una vez.

Con dos dados se pueden hacer 6.6 = 36 combinaciones distintas, de las cuales en 5.5 = 25 combinaciones no aparece un "6" => la probabilidad de que al echar "n" veces dos dados al menos uno de ellos sea un "6" será:

$P(A) = VR_{36}^{n} - VR_{25}^{n} = 36^n - 25^n$

$\underline{\underline{P(A) = 36^n - 25^n}}$

¿? => 12.- Se lanzan 4 dados distinguibles. Se denomina resultado a una sucesión ordenada de las 4 puntuaciones obtenidas. ¿Cuántos resultados posibles hay? ¿Cuántos de entre ellos conducen a:

a) Cuatro puntuaciones idénticas?

b) Tres puntuaciones idénticas y una diferente?

c) Dos parejas de dos puntuaciones idénticas?

d) Dos puntuaciones idénticas, y las otras diferentes?

e) Cuatro puntuaciones diferentes?

Hallo el número de resultados posibles:

$VR_6^4 = \underline{\underline{1296}}$.

a) Hallo cuántas pueden dar lugar a 4 puntuaciones iguales:

$\underline{\underline{6}}$ {1,1,1,1}, {2,2,2,2}, {3,3,3,3}, {4,4,4,4}, {5,5,5,5}, {6,6,6,6}

b) Hallo cuántos pueden dar origen a 3 puntuaciones iguales y una distinta -

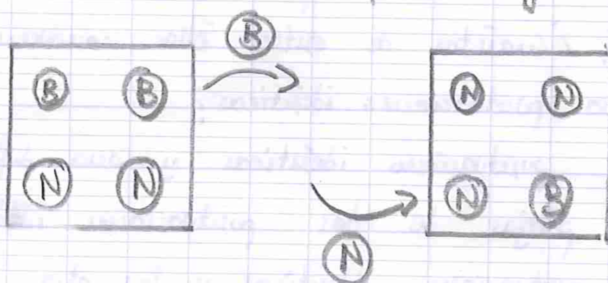
Ejem. -> {3,3,3,1}, 6 tríos, cada trío puede aparecer con 5 nºs distintos: $PR_4^{3,1} = \underline{\underline{120}}$.

c) Hallo cuántos pueden dar lugar a 2 parejas con 2 puntuaciones idénticas:

Ejem. -> {2,2,4,4} 6 parejas seguida de otras 5 parejas: $\neq PR_4^{2,2}$; $= C_6^2 \cdot PR_4^{2,2}$.

19._ Una bolsa contiene dos bolas negras y dos blancas. Se saca una bola de la bolsa y se reemplaza por otra de color opuesto. Se extrae entonces otra bola de la bolsa. Hallar la probabilidad de que la 1ª bola extraída fuera blanca, sabiendo que la 2ª que se extrajo fue blanca.

Hallo la probabilidad de que la 1ª bola extraída fuera blanca sabiendo que la segunda bola extraída era blanca.



B_1: que salga blanca la 1ª bola

B_2: " " negra " " bola.

A: " " blanca " 2ª bola, habiendo sido blanca la 1ª bola.

$P(B_1) = 1/2$.

$P(B_2) = 1/2$.

$P(A) = 1/4$

Por Bayes:

$$P(A/B_1) = \frac{P(B_1) \cdot P(B_1/A)}{P(B_1) \cdot P(B_1/A) + P(B_2) \cdot P(B_2/A)}$$

$$P(A/B_1) = \frac{1/2 \cdot 1/4}{1/2 \cdot 1/4 + 1/2 \cdot 3/4} = \frac{\cancel{1/2}(1/4)}{\cancel{1/2}(1)} = \underline{\underline{1/4}}$$

7=) 20.– Si se sabe que al lanzar 5 monedas aparecieron al menos 2 caras ¿Cuál es la probabilidad de que el número exacto de caras fuera exacta/ 3?

Hallo la probabilidad de que el número de caras fuera exactamente tres:

$$P(A) = \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}} = \frac{C_5^3 \cdot C_5^2}{C_{10}^5} = \frac{\frac{5!}{3! \cdot 2!} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!}}{\frac{10!}{5!5!}} = \frac{5!5!5!5!}{10!3! \cdot 3!2!2!} =$$

$$= \frac{5! \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3! \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3! \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!}{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{25}{63} = 0'3968$$

21.– Tenemos 4 urnas conteniendo 10 bolas cada una, que podrían ser blancas o negras. La composición de las urnas es la siguiente

1ª urna: 5 bolas blancas y 5 bolas negras.

2ª urna: 6 " " y 4 " ".

3ª urna: 7 " " y 3 " ".

4ª urna: 3 y 7 " ".

Elegimos una urna al azar y extraemos 4 bolas al azar, sin reemplazo, 3 son blancas y 1 es negra. Suponiendo que el orden de extracción sea el dado, ¿cuál es la probabilidad de que la urna elegida sea la 2ª?

Hallo la probabilidad de que la urna elegida sea la 2ª:

Por Bayes:

B_1: sacos de la 1ª urna. $P(B_1) = 1/4$

B_2: " " " 2ª " . $P(B_2) = 1/4$.

B_3: " " " 3ª " . $P(B_3) = 1/4$.

B_4: " " " 4ª " . $P(B_4) = 1/4$)

A_1: sacar la 1ª bola blanca.
A_2: " " 2ª " " .
A_3: " " 3ª " " .
A_4 " " 4ª " negra.

$P(A/B_1) = P(A_1) \cdot P(A_2/A_1) \cdot P(A_3/A_2 A_1) \cdot P(A_4/A_3 A_2 A_1) = 5/10 \cdot 4/9 \cdot 3/8 \cdot 5/7$

- $P(A/B_1) = 300/5040 = 0'059523809$
- $P(A/B_2) = 6/10 \cdot 5/9 \cdot 4/8 \cdot 4/7 = 480/5040 = 0'095238095$
- $P(A/B_3) = 7/10 \cdot 6/9 \cdot 5/8 \cdot 3/7 = 630/5040 = 0'125$
- $P(A/B_4) = 3/10 \cdot 2/9 \cdot 1/8 \cdot 7/7 = 6/720 = 0'00833333$

$$P(B_2/A) = \frac{P(B_2) \cdot P(A/B_2)}{P(B_1) \cdot P(A/B_1) + P(B_2) P(A/B_2) + P(B_3) P(A/B_3) + P(B_4) P(A/B_4)}$$

$$P(B_2/A) = \frac{1/4 \cdot 0'095238095}{1/4 \cdot 0'0595223809 + 1/4 \cdot 0'095238096 + 1/4 \cdot 0'125 + 1/4 \cdot 0'00833333}$$

$P(B_2/A) = 0'3305$

22_ En un taller existen dos máquinas "A" y "B", la máquina "A" consta de 32 piezas y la máquina "B" de 8. Para que la máquina "A" funcione es necesario que funcionen la 32 piezas; para que la "B" funcione, basta con que funcione una de las 8 piezas. (Las piezas son independientes).

a) Si la probabilidad de que falle una de las piezas de "A" es de 0'002. ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina funcione?

b) Si la probabilidad de que falle una de las piezas de "B" es de 0'1. ¿Cuál es la probabilidad de que la máquina no funcione?

a) Hallo la probabilidad de que "A" funcione:

Para que "A" funcione han de funcionar las 32 piezas.

A_i: que no funcione una pieza: $P(A_i) = 0'002$.

$\bar{A}_i$: " si " " " : $P(\bar{A}_i) = 1 - 0'002 = 0'998$.

A: que funcione la máquina.

$P(A) = (0'998)^{32} = 0'93879448$

⇒ b) Hallo la probabilidad de que "B" funcione:

Para que "B" funcione ha de funcionar una pieza.

B_i: la pieza no funcione. $P(B_i) = 0'1$.

$\bar{B}_i$: " " si " . $P(\bar{B}_i) = 1 - 0'1 = 0'9$.

B: que funcione la máquina.

$P(B) = (0'9)^8 =$

